[最大公約数と最小公倍数]　解答

$\boxed{7}$ 【実戦演習】

(1) ユークリッドの互除法を用いて 645 と 195 の最大公約数を求めてみよう。

645 を 195 で割った商を Q_1，余りを R_1 とすると

$$Q_1 = \overset{\text{ア}}{\boxed{\ 3\ }}, \quad R_1 = \overset{\text{イウ}}{\boxed{\ 60\ }}$$

であり，195 を R_1 で割った商を Q_2，余りを R_2 とすると

$$Q_2 = \overset{\text{エ}}{\boxed{\ 3\ }}, \quad R_2 = \overset{\text{オカ}}{\boxed{\ 15\ }}$$

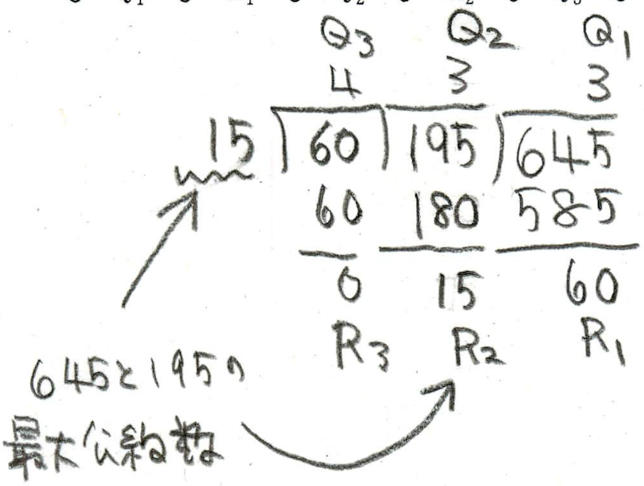
である。，さらに R_1 を R_2 で割った商を Q_3，余りを R_3 とすると

$$Q_3 = \overset{\text{キ}}{\boxed{\ 4\ }}, \quad R_3 = \overset{\text{ク}}{\boxed{\ 0\ }}$$

である。したがって，645 と 195 の最大公約数は $\overset{\text{ケ}}{\boxed{\ ③\ }}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ケ}}$ に当てはまるものを，下から選べ。

⓪ Q_1　① R_1　② Q_2　③ R_2　④ Q_3　⑤ R_3



(次のページに続く)

$l = g m' \times n' = mn' = mn'$

7

g l

(2) 最大公約数が 6， 最小公倍数が 108 である二つの自然数 m, n $(m < n)$ がある。

m, n は互いに素な自然数 m', n' を用いて

$m =$ コ $\boxed{6}\, m'$， $n =$ $\boxed{コ}\, n'$

と表すことができ，$m'n' =$ サシ $\boxed{18}$ である。

m, n の組は ス $\boxed{2}$ 組あり，m の値が最も大きいとき

$m =$ セソ $\boxed{12}$ ，$n =$ タチ $\boxed{54}$ である。

$\dfrac{645}{\boxed{セソ}}$， $\dfrac{195}{\boxed{タチ}}$ のいずれにかけても積が自然数となる分数のうち

最も小さいものは $\dfrac{\text{ツテ}\ \boxed{36}}{\text{ト}\ \boxed{5}}$ である。

(2)

最大公約数 6 より

$m = 6m'$ (コ)， $n = 6n'$ (コ)

(m', n' は互いに素，$m' < n'$)

また，最小公倍数 108 より

$108 = 6 \times m' \times n'$

$\therefore\ m'n' = 18$ サシ

注 $m' \times n' = 18$ となる自然数の組は

$(m', n') = (1, 18), (2, 9), (3, 6)$

の3つであるが m', n' は互いに素なので

$(3, 6)$ は除く

よって　よって $(m', n') = (1, 18), (2, 9)$

の 2 組 (ス)

m の値が最大なのは $m' = 2, n' = 9$ のとき

$\therefore\ m = 12$ (セソ)，$n = 54$ (タチ)

$\dfrac{645}{12} = \dfrac{15 \times 43}{2^2 \times 3}$　　$\dfrac{195}{54} = \dfrac{15 \times 13}{2 \times 3^3}$

よって 積が自然数となる分数のうち 最小のものは

$\dfrac{2^2 \times 3^3}{15}$ ← 12と54の最小公倍数 / ← 645と195の最大公約数

$\therefore\ \dfrac{36}{5}$ ツテ / ト