

# [方程式の整数解(因数分解)]

解答

16

(2) 方程式  $x^2 + 4xy + 3y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$  .....②の整数解を求めよう。

$$x^2 + 4xy + 3y^2 - 4x - 8y + 4 = (x + y - 2)(x + 3y - 2)$$

であることを利用すると、方程式②を満たす整数  $x, y$  の組は全部で 6 組ある。

これら マ 組のうち、 $|x| + |y|$  が最大である組は、

$$(x, y) = (\overset{\text{マ}}{15}, \overset{\text{マ}}{-4})$$

である。

(2)

$$x^2 + 4xy + 3y^2 - 4x - 8y + 4$$

$$x = 2 \pm 1$$

$$= x^2 + (4y - 4)x + 3y^2 - 8y + 4$$

$$= x^2 + (4y - 4)x + (3y - 2)(y - 2)$$

↑

+	$y - 2$	→	$y - 2$
$x + 3y - 2$	→	$3y - 2$	+
+	$(3y - 2)(y - 2)$		$4y - 4$

$$= (x + y - 2)(x + 3y - 2)$$

②

$$x^2 + 4xy + 3y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$$

$$x^2 + 4xy + 3y^2 - 4x - 8y + 4 = 5 + 4$$

$$(x + y - 2)(x + 3y - 2) = 9$$

$x + y - 2, x + 3y - 2$  は共に整数である

	①	②	③	④	⑤	⑥	
$x + y - 2$	1	3	9	-1	-3	-9	
$x + 3y - 2$	9	3	1	-9	-3	-1	α 6組

①  $\begin{cases} x + y - 2 = 1 \\ x + 3y - 2 = 9 \end{cases}$  と  $(x, y) = (15, -4)$

②  $\begin{cases} x + y - 2 = 3 \\ x + 3y - 2 = 3 \end{cases}$  と  $(x, y) = (5, 0)$

③  $\begin{cases} x + y - 2 = 9 \\ x + 3y - 2 = 1 \end{cases}$  と  $(x, y) = (-1, 4)$

④  $\begin{cases} x + y - 2 = -1 \\ x + 3y - 2 = -9 \end{cases}$  と  $(x, y) = (-11, 4)$

⑤  $\begin{cases} x + y - 2 = -3 \\ x + 3y - 2 = -3 \end{cases}$  と  $(x, y) = (-1, 0)$

⑥  $\begin{cases} x + y - 2 = -9 \\ x + 3y - 2 = -1 \end{cases}$  と  $(x, y) = (5, -4)$

よって

$|x| + |y|$  の Max は

$$(15, -4)$$

16 【実戦演習】

(1) 方程式  $3xy + 6x + y = 28$  ……① を満たす整数  $x, y$  を求めよう。

①は

$$(3x + \boxed{1})(y + \boxed{2}) = \boxed{30}$$

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

と変形できる。  $\rightarrow$  かけ230になる数の組

ウエ の約数は正の数と負の数を合わせると オカ  $\boxed{16}$  個ある。

このうち、 $3x + \boxed{ア}$   $\times 2$  として考えられる値は

小さい方から順に  $\boxed{キク} \begin{matrix} -5 \\ \end{matrix}$ ,  $\boxed{ケコ} \begin{matrix} -2 \\ \end{matrix}$ ,  $\boxed{サ} \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix}$ ,  $\boxed{シス} \begin{matrix} 10 \\ \end{matrix}$  の四つである。

これより、 $x, y$  の値を求めると

$$(x, y) = \left( \boxed{セソ} \begin{matrix} -2 \\ \end{matrix}, \boxed{タチ} \begin{matrix} -8 \\ \end{matrix} \right), \left( \boxed{ツテ} \begin{matrix} -1 \\ \end{matrix}, \boxed{トナニ} \begin{matrix} -17 \\ \end{matrix} \right)$$

$$\left( \boxed{ヌ} \begin{matrix} 0 \\ \end{matrix}, \boxed{ネノ} \begin{matrix} 28 \\ \end{matrix} \right), \left( \boxed{ハ} \begin{matrix} 3 \\ \end{matrix}, \boxed{ヒ} \begin{matrix} 1 \\ \end{matrix} \right)$$

の4組である。

(次のページに続く)

(1)  $3xy + 6x + y = 28$  両辺+2

$3x$  で割る

$$3x(y+2) + y+2 = 28+2$$

両辺+2

$(y+2)$  で割る

$$(3x+1)(y+2) = 30$$

$x, y$  : 整数  $\rightarrow 3x+1, y+2$  も整数

$3x+1$  が整数になるのよ

$$3x+1 = \Delta$$

$$3x = \underline{\Delta - 1}$$

30の正負の約数で  
1E3111Z 30の倍数

$\therefore 3x+1 = -5, -2, 1, 10$  の4つ

$\therefore x = -2, -1, 0, 3$  の4つ

よって  $(x, y) = (-2, -8), (-1, -17), (0, 28), (3, 1)$